

《结构力学》教案

主讲教师：曹志翔

2010年8月

教 案（首页）

课程名称	结构力学	课程编号	410105	总计：80 学时 其中： 讲课：80 学时 实验： 学时
		学 分	5	
类别	必修课（ <input checked="" type="checkbox"/> ） 选修课（ <input type="checkbox"/> ） 理论课（ <input checked="" type="checkbox"/> ） 实验课（ <input type="checkbox"/> ）			
任课教师	曹志翔	职称	副教授	
授课对象	专业班级： 水工，农水，土木 08 本			共 3 个班
基本教材和主要参考资料	教材：《结构力学》（第三版） 包世华 武汉理工大学出版社 2007.12 参考资料：《结构力学》 李廉锟 高等教育出版社			
教学目的要求	<p style="text-indent: 2em;">结构力学是水利、土木类各专业的一门重要技术基础课。</p> <p style="text-indent: 2em;">结构力学是研究结构在荷载作用下的内力计算和位移计算、结构的稳定性、以及动力荷载作用下结构的反应、结构组成规则和合理组成形式等问题的一门课程。要求学生掌握上述内容的计算方法，为学生学好后续专业课程，从事本专业的技术工作、科学研究和管理工作打好必要的力学基础。</p>			
主要教学章节	第一章 绪论 第二章 结构的几何组成分析 第三章 静定梁 第四章 静定刚架 第五章 三铰拱 第六章 静定桁架和组合结构 第七章 静定结构总论 第八章 影响线 第九章 虚功原理和结构的位移计算 第十章 力法 第十一章 位移法 第十二章 渐进法			

第一章 绪论 教学单元

授课时间	第 1 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时安排	2
授课题目	第一章 绪论		
教学目的和要求	<p style="text-align: center;">结构力学研究的对象和任务</p> <p>使学生掌握结构力学的研究对象和任务,明白结构力学和材料力学、弹性力学的区别,会对简单结构能简化成简图,掌握常见荷载的分类方法,平面杆件结构的类别,了解结构力学的学习方法,明白本课程的平时要求</p>		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点:</p> <p>平面杆件结构分类:梁、刚架、桁架、拱(三铰拱、两铰拱、无铰拱)、组合结构。荷载的分类:恒载与活载、静力荷载与动力荷载、固定荷载与移动荷载、分布与集中荷载。计算简图。</p> <p>二、本章难点: 无</p>		
主要方法及手段	讲授、板书		
教学基本内容和教学过程	<p style="text-align: center;">计算简图简化的原则、结构体系的简化、杆件的简化、结点的简化、支座的简化(固定铰支座、铰支座、固定支座)、荷载的简化。</p>		
作业或思考题	课后思考题 1, 2, 3, 4		
课后小结	<ol style="list-style-type: none"> 1. 支座简化; 2. 桁架分类; 3. 本课程学习方法。 		

第二章 平面体系的几何组成分析 教学单元

授课时间	第 1、2 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 (√) 其他 ()	课时安排	6
授课题目	第二章 平面体系的几何组成分析		
教学目的和要求	几何不变与几何可变体系的概念, 构造分析的目的。刚片、自由度、约束(必要约束、多余约束)、铰(实铰、虚铰或瞬铰; 单铰、复铰)、刚结点的概念。一个点与一个刚片间的联结规则、两个刚片间的联结规则、三个刚片间的联结规则、二元体规则、瞬变体系和常变体系的概念。		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点:</p> <p>刚片、自由度、约束(必要约束、多余约束)、铰(实铰、虚铰或瞬铰; 单铰、复铰)、刚结点(单刚结点、复刚结点)。</p> <p>二、本章难点:</p> <p>二元体规则、瞬变体系和常变体系的概念。</p>		
主要方法及手段	板书、讲授		
教学基本内容和教学过程	2. 1. 几何组成分析的目的、几何不变体系和几何可变体系 2. 2 自由度和约束 2. 3 几何不变无多余约束的平面杆件体系的组成规则 2. 4 几何组成分析举例 2. 5 体系的计算自由度公式		
作业或思考题	思考题: 1, 3, 4, 5, 7, 16; 习题 2.1a, b; 2.5;		
课后小结	1. 二元体规则; 2. 两刚片间连接规则; 3. 三刚片间连接规则。		

第三章 静定梁 教学单元

授课时间	第 2, 3 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时 安排	6
授课题目	第三章静定梁		
教学目的 和要求	掌握求指定截面的内力 (包括内力的概念、内力图的绘制、隔离体的概念)、内力与荷载的关系 (包括微分关系、增量关系)、分段叠加法作弯矩图、斜梁的计算。附属部分、基本部分的概念; 计算顺序和几何构造顺序的关系; 内力图的绘制。包括支座反力、内力的计算。		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点: 支座反力、内力的计算、内力图的绘制</p> <p>二、本章难点: 荷载与内力之间的微分关系、拟简支梁叠加法绘弯矩图。</p>		
主要方法及手段	讲授、板书。		
教学基本内容和教学过程	<p>3.1 静定单跨梁的计算</p> <p>3.2 叠加法绘制直杆弯矩图</p> <p>3.3 简支斜梁的计算</p> <p>3.4 静定多跨梁约束力的计算与几何组成</p> <p>3.5 静定多跨梁内力图的绘制</p>		
作业或思考题	习题: 3.7, 3.10, 3.16, 3.21, 3.23, 3.25,		
课后小结	1. 静定结构计算。		

第四章 静定刚架 教学单元

授课时间	第 3, 4 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时 安排	6
授课题目	第四章静定刚架		
教学目的 和要 求	掌握静定刚架支座反力的计算, 内力图的绘制方法。		
本次 教学 重点 或难 点	<p>一、本章重点: 支座反力、内力的计算、内力图的绘制</p> <p>二、本章难点: 三铰刚架的求解, 分段叠加法绘弯矩图。</p>		
主要 方法 及手 段	讲授、板书。		
教学 基本 内容 和教 学过 程	<p>4.1 静定平面刚架的几何组成及特点</p> <p>4.2 静定刚架支座反力的计算</p> <p>4.3 用截面法求静定刚架感端截面内力</p> <p>4.4 静定刚架内力图的绘制</p> <p>4.5 三铰刚架级多层多跨静定刚架的内力图</p>		
作业 或思 考题	习题: 4.6, 4.15		
课后 小结			

第五章 三角拱 教学单元

授课时间	第 5 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 (√) 其他 ()	课时 安排	6
授课题目	第五章 三角拱		
教学目的 和要 求	包括三铰拱的基本概念和类型、竖向荷载作用下三铰拱的支座反力和内力计算、三铰拱的压力线及合理拱轴线。。		
本次 教学 重点 或难 点	<p>一、本章重点： 支座反力、内力的计算、内力图的绘制</p> <p>二、本章难点： 荷载与内力之间的微分关系、拟简支梁叠加法绘弯矩图。</p>		
主要 方法 及手 段	讲授、板书。		
教学 基本 内容 和教 学过 程	5.1 三角拱的组成和类型 5.2 在竖向荷载作用下三角拱的支座反力 5.3 在竖向荷载作用下三角拱截面内力的计算公式 5.4 三角拱的受力特性 5.5 三角拱的合理轴线		
作业 或思 考题	习题：5.1		
课后 小结	1. 静定结构计算。2、三铰拱计算。		

第六章 静定桁架和组合结构 教学单元

授课时间	第 9 周		
授课方式 (请打 √)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时 安排	4
授课题目	第六章 静定桁架和组合结构		
教学目的 和要 求	要求学生掌握桁架的基本类型，计算桁架内力的节点法和截面法，节点法和截面法的联合应用。		
本次 教学 重点 或难 点	<p>一、本章重点：零杆的判断，计算桁架内力的节点法和截面法，节点法和截面法的联合应用，静定组合结构的计算。</p> <p>二、本章难点：计算桁架内力的节点法和截面法，节点法和截面法的联合应用静定组合结构的计算。</p>		
主要 方法 及手 段	讲授、板书		
教学 基本 内容 和教 学过 程	6.1 桁架的特点和组成分类 6.2 结点法 6.3 截面法 6.4 结点法和截面法的联合应用 6.5 组合结构		
作业 或思 考题	习题：6.9 (1)，6.10，6.11，6.20		
课后 小结	<ol style="list-style-type: none"> 1、节点法 2、截面法 3、静定组合结构 4、静定结构小结 		

第七章 静定结构总论 教学单元

授课时间	第 7 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时 安排	6
授课题目	第七章 静定结构总论		
教学目的 和 要求	<p>本章是结构的组成分析和静定结构内力分析的总结。不再按结构型式分类，而是将所有的静定结构合在一起，从静定结构受力分析的方法、静定结构的一般性质和各种结构型式的受力特点三个方面进行综合的讨论，从而提高、深化对静定结构及分析方法的了解。</p>		
本次 教学 重点 或 难 点	重点：静定结构受力分析方法		
主要 方法 及 手 段	讲授、板书		
教学 基本 内容 和 教 学 过 程	<p>7. 1 静定结构受力分析的方法</p> <p>7. 2 静定结构的一般性质</p> <p>7. 3 各种结构型式的受力特点</p>		
作业 或 思 考 题	看书复习		
课后 小 结	静定结构求解方法；内力图的绘制		

第八章 影响线 教学单元

授课时间	第 8 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时安排	4
授课题目	第八章 影响线		
教学目的和要求	了解超静定结构的特点和掌握判定超静定结构的次数,充分理解和掌握力法的基本原理,能够熟练的用力法计算超静定结构(梁、刚架、桁架、排架、组合结构和两铰拱)在荷载作用、温度改变和支座移动影响下的内力,并利用结构和荷载特点来简化计算,会计算超静定结构的位移,了解超静定结构内力图的校核方法和力学特征。		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点:充分理解和掌握力法的基本原理,熟练的用力法来计算超静定结构在荷载、温度改变和支座移动影响下的内力,并利用结构和荷载特点来简化计算,会计算超静定结构的位移。</p> <p>二、本章难点:如何根据结构和荷载特点来选择一个计算方便、简单的基本体系,并建立相应的力法基本方程。</p>		
主要方法及手段	讲授、板书		
教学基本内容和教学过程	<p>8. 1 影响线的概念</p> <p>8. 2 静力法作静定单跨梁影响线</p> <p>8. 3 结点荷载作用下梁的影响线</p> <p>8. 4 静力法作桁架的影响线</p> <p>8. 5 机动法作静定梁的影响线</p> <p>8. 6 影响线的应用</p>		
作业或思考题	本章习题: 8. 13, 8. 12, 8. 15		
课后小结	(1)内力影响线和内力图的区别。(2)影响线的绘制方法:静力法和机动法。		

第九章 虚功原理和位移计算 教学单元

授课时间	第 9, 10 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时 安排	10
授课题目	第九章 虚功原理和位移计算		
教学目的 和要 求	理解变形体虚功原理的内容及其应用; 熟练掌握荷载作用下静定结构的位移计算方法 (主要是图乘法); 掌握静定结构由于温度改变和支座移动所引起的位移计算方法; 了解互等定理。		
本次 教学 重点 或难 点	<p>二、本章难点: 理解变形体虚功原理的内容及其应用, 熟练静定结构的位移计算方法 (主要是图乘法)。</p> <p>三、本章要点: 变形体虚功原理的理解和图乘法的技巧, 具体表现在图乘法时面积 ω 和对应标距 y 的选择上。</p>		
主要 方法 及手 段	讲授、板书		
教学 基本 内容 和教 学过 程	9. 1 位移计算概述 9. 2 虚功和虚功原理 9. 3 单位荷载法计算位移和位移计算的一般公式 9. 4 荷载作用下的位移计算 9. 5 图乘法 9. 6 温度作用时的位移计算 9. 7 支座移动时的位移计算 9. 8 线性变形体系的互等定理		
作业 或思 考题	习题: 9.4, 9.5, 9.23		
课后 小结	1. 变形体虚功原理的内容及其应用; 2. 荷载作用下静定结构的位移计算方法 (主要是图乘法); 3. 静定结构由于温度改变和支座移动所引起的位移计算方法; 4. 了解互等定理。		

第十章 力法 教学单元

授课时间	第 11, 12, 13 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 () 其他 ()	课时安排	16
授课题目	第十章 力法		
教学目的和要求	了解超静定结构的特点和掌握判定超静定结构的次数, 充分理解和掌握力法的基本原理, 能够熟练的用力法计算超静定结构(梁、刚架、桁架、排架、组合结构和两铰拱)在荷载作用、温度改变和支座移动影响下的内力, 并利用结构和荷载特点来简化计算, 会计算超静定结构的位移, 了解超静定结构内力图的校核方法和力学特征。		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点: 充分理解和掌握力法的基本原理, 熟练的用力法来计算超静定结构在荷载、温度改变和支座移动影响下的内力, 并利用结构和荷载特点来简化计算, 会计算超静定结构的位移。</p> <p>二、本章难点: 如何根据结构和荷载特点来选择一个计算方便、简单的基本体系, 并建立相应的力法基本方程。</p>		
主要方法及手段	讲授、板书		
教学基本内容和教学过程	10. 1 超静定结构和超静定次数 10. 2 力法的基本概念 10. 3 力法方程的典型形式 10. 4 超静定梁、刚架和排架 10. 5 超静定桁架和组合结构 10. 6 对称结构的计算 10. 7 超静定拱 10. 9 温度变化和支座移动时超静定结构的内力		
作业或思考题	本章习题: 10. 2a、b, 10. 3b		
课后小结	1. 超静定结构的特点和掌握判定超静定结构的次数; 2. 力法的基本原理与应用。		

第十章 位移法 教学单元

授课时间	第 14, 15 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 (√) 其他 ()	课时安排	8
授课题目	第十章 位移法		
教学目的和要求	充分理解和掌握位移法的基本原理, 充分理解转角位移方程中每一项的力学意义, 正确判断结构的未知位移数量, 能够用位移法熟练计算无侧移刚架和有侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力计算, 会用对称性简化结构计算。		
本次教学重点或难点	<p>一、本章重点: 充分理解和掌握位移法的基本原理, 正确判断结构的未知位移数量, 熟练的用位移法来计算无侧移和有侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力, 会利用对称性简化结构计算。</p> <p>二、本章难点: 未知量的正确选择和建立平衡方程。</p>		
主要方法及手段	讲授、板书		
教学基本内容和教学过程	11. 1 位移法的基本概念 11. 2 等截面宜杆的形常数和载常数 11. 3 位移法的基本未知量和基本体系 11. 4 位移法方程 11. 5 位移法计算连续梁和无侧移刚架 11. 6 位移法计算有侧移刚架和排架 11. 7 位移法计算对称结构		
作业或思考题	本章习题: 11. 9, 11. 23		
课后小结	1. 位移法的基本原理; 2. 转角位移方程中每一项的力学意义; 3. 判断结构的未知位移数量; 4. 位移法计算无侧移刚架和有侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力计算; 5. 对称性简化结构计算。		

第十二章 渐进法 教学单元

授课时间	第 15, 16 周		
授课方式 (请打√)	理论课 (√) 讨论课 () 实验课 () 习题课 (√) 其他 ()	课时 安排	6
授课题目	第十二章 渐进法		
教学目的和 要求	正确理解力矩分配法和位移法的关系及力矩分配法的适用条件, 能够正确计算转动刚度和分配系数, 用力矩分配法熟练计算多结点连续梁和无侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力, 会用对称性简化结构计算。		
本次教学 重点或 难点	<p>二、本章难点: 正确理解力矩分配法的适用条件, 熟练计算多结点连续梁和无侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力, 会利用对称性简化结构计算。</p> <p>三、本章要点: 正确理解力矩分配法时的每一步物理力学意义, 以及刚架结构中上下、左右传递时容易掉项和具有悬臂杆件的结点处理。</p>		
主要方法 及手段	讲授、板书		
教学基本 内容和 教学过程	<p>12. 1 渐近法概述</p> <p>12. 2 力矩分配法的概念</p> <p>12. 3 单结点的力矩分配—基本运算</p> <p>12. 4 多结点的力矩分配—渐近运算</p>		
作业或 思考题	12.3, 12.4		
课后 小结	1.力矩分配法和位移法的关系及力矩分配法的适用条件; 2.计算转动刚度和分配系数; 3.力矩分配法熟练计算多结点连续梁和无侧移刚架在荷载作用下及支座移动下的内力; 4.对称性简化结构计算。		

结构力学讲义

主讲教师：曹志翔

2010年8月1日

1、绪 论

本章提要

本章介绍结构力学的任务与学习方法、结构的计算简图、结构和荷载的分类、荷载的分类共四个问题，其中结构的计算简图是重点，是本章后续章节计算的依据。

1.1 结构和结构的分类

结构定义：在土木工程中，有建筑材料组成，能够承受荷载作用的构筑物成为工程结构，简称结构。

结构按其几何特征通常分为三类：(1) 杆件结构；(2) 板壳结构(又称薄壁结构)；(3) 实体结构

1.2 结构力学的任务与方法

1.2.1 结构力学课程与其他课程的关系：

本课程讨论的范围是杆件结构，因此，也可称为杆件结构力学，简称为结构力学。

结构力学是土木工程各专业的一门重要的技术基础课，在各门课程的学习中起着承上启下的作用。

结构力学是理论力学和材料力学的后续课程。理论力学研究的是刚体的机械运动(包括静止和平衡)的基本规律和刚体的力学分析。材料力学研究的是单根杆件的强度、刚度和稳定性问题，而结构力学则是研究杆件体系的强度、刚度和稳定性问题。因此，理论力学和材料力学是学习结构力学的重要的基础课程，为结构力学提供力学分析的基本原理和基础。

同时，结构力学又为后续的弹性力学(研究板壳结构和实体结构的强度、刚度和稳定性问题)以及混凝土结构、砌体结构和钢结构等专业课程提供了进一步的力学知识基础。因此，结构力学课程的学习在土木工程的房建、结构、道路、桥梁、水利及地下工程各专业的学习中均占有重要的地位。

1.2.2 结构力学的任务包括以下几个方面：

- (1) 研究结构的组成规律、合理形式以及结构计算简图的合理选择；
- (2) 研究结构内力和变形的计算方法，以便进行结构强度和刚度的验算；
- (3) 研究结构的稳定性以及在动力荷载作用下结构的反应。

结构力学的计算问题分为两类：一类为静定性的问题，只需根据下面三个基本条件的第一个条件——平衡条件，即可求解；另一类为超静定性的问题，必须满足以下三个基本条件，方能求解。三个基本条件是：

(1) 力系的平衡条件 在一组力系作用下，结构的整体及其中任何一部分都应满足力系的平衡条件。

(2) 变形的连续条件(即几何条件) 连续的结构发生变形后，仍是连续的，材料没有重叠或缝隙；同时结构的变形和位移应满足支座和结点的约束条件。

(3) 物理条件 把结构的应力和变形联系起来的物性条件，即物理方程或本构方程。

以上三个基本条件贯穿在本课程的全部计算方法中，只是满足的次序和方式不同而已。

学习时要注意结构力学与其他课程的联系。对理论力学和材料力学等先修课程的知识，应当根据情况进行必要的复习，并在运用中得到巩固和提高。

学习时要注意分析方法与解题思路。在本课程中讲述的各种具体的计算方法，均是前述三个基本条件的具体体现，要注意各种方法在其计算过程中是怎样实现三个基本条件的要求的。学习时要着重掌握各种方法

的解题思路，特别是要从这些具体的算法中学习分析问题的一般方法，例如：如何由已知领域逐步过渡到未知领域的方法，如何将整体分解成局部再由局部综合成整体的方法，如何把有关几个问题加以对比的方法，等等。

学习时要注意多练。做题练习是学习结构力学的重要环节。不做一定数量的习题，是很难掌握其中的概念、原理和方法的。但是做题也要避免各种盲目性；不看书，不复习，只埋头做题，这是第一种；贪多求快，不求甚解，这是第二种只会对答案，不会自己校核，这是第三种；错题不改正，不会从中吸取教训得以提高，这是第四种。

1.3 结构的计算简图

1.3.1 计算简图及其选择原则

实际结构是很复杂的，完全按照结构的实际工作状态进行力学分析是不可能的，也是不必要的。因此，对实际结构进行力学计算以前，必须加以简化，略去不重要的细节，用一个能反映其基本受力和变形性能的简化的计算图形来代替实际结构。这种代替实际结构的简化计算图形称为结构的计算简图。结构的受力分析都是在计算简图中进行。因此，计算简图的选择是结构受力分析的基础。选择不当，则计算结果不能反映结构的实际工作状态，严重的将台引起工程事故。所以，对计算简图的选择应该十分重视。

1.3.2 计算简图的简化要点

(1) 结构体系的简化

一胶结构实际上都是空间结构，常可以忽略一些次要的空间约束而将实际结构分解为平面结构，使计算得以简化。

本书主要讨论平面结构的计算问题。

(2) 杆件的简化

简图中，杆件可用其轴线表示，杆件之间的连接区用结点表示，杆长用结点间的距离表示，荷载的作用点也转移到轴线上。当截面尺寸增大时(例如超过杆长的 $1/4$)，杆件用其轴线表示的简化，将引起较大的误差。

(3) 杆件间连接的简化

结构中杆件与杆件之间的相互连接处，简化为结点。木结构、钢结构和混凝土结构中杆件与杆件之间相互连接的构造方式虽然很多，但其结点通常简化为以下两种理想情形：

① 铰结点

理想铰结点的特点是：被连接的杆件在结点处不能相对移动，但可绕铰自由转动；在铰结点处可以承受和传递力，但不能承受和传递力矩。这种理想情况，实际结构中是根难遇到的。

② 刚结点

刚结点的特点是：被连接的杆件在结点处不能相对移动，也不能相对转动；在刚结点处不但能承受和传递力，而且能承受和传递力矩。

(4) 结构与基础间连接的简化

结构与基础的连接装置称为支座。支座的作用是把结构固定于基础上，同时，结构所受的荷载通过支座传到基础和地基。支座对结构的反作用力称为支座反力。平面结构的支座一般简化为下面四种情形：

① 活动铰支座：它容许结构在支承处绕铰转动和沿平行于支承平面的方向移动，但不能沿垂直于支承面

的方向移动。

②固定铰支座：允许结构在支承处绕铰转动，但不允许做水平和竖向移动。

③固定支座：这种支座不容许结构在支承处发生任何移动和转动。

④定向支座：结构在支承处不能转动，不能沿垂直于支承面的方向移动，但可以沿支承面方向滑动，其反力为一个垂直于支承面的力和一个反力矩。

(5) 材料性质的简化

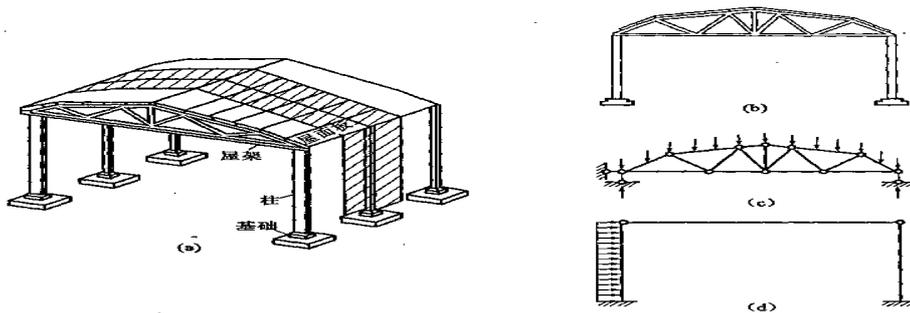
在土木工程中结构所用的建筑材料通常为钢、混凝土、砖、石、木料等。在结构计算中，为了简化，对组成各构件的材料一般都假设为连续的、均匀的、各向同性的、完全弹性或弹塑性的。

上述假设对于金属材料在一定受力范围内是符合实际情况的。对于混凝土、钢筋混凝土、砖、石等材料则带有一定程度的近似性。至于木材，因其顺纹与横纹方向的物理性质不同，故应用这些假设时应予以注意。

(6) 荷载的简化

结构承受的荷载可分为体积力和表面力两大类。体积力指的是结构的重力或惯性力等；表面力则是由其他物体通过接触面传给结构的作用力，如土压力、车辆的轮压力等。在杆件结构中把杆件简化为轴线，因此不管是体积力还是表面力都可以简化为作用在杆件轴线上的力。荷载按其分布情况可简化为集中荷载和分布荷载。荷载的简化与确定比较复杂，下面还要专门讨论。

1.3.3 结构计算简图示例



单层厂房结构的计算简图

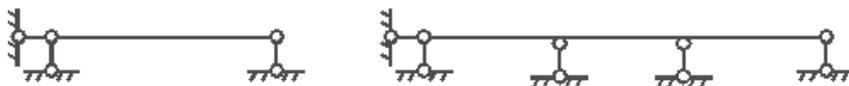
(a) 单层厂房结构；(b) 平面结构；(c) 竖向荷载下屋架计算简图；(d) 横向水平荷载下排架计算简图

1.4 杆件结构的分类

1.4.1 按照其组成和受力特点分为：

(1) 梁；

梁：其轴线通常为直线。有单跨和多跨。

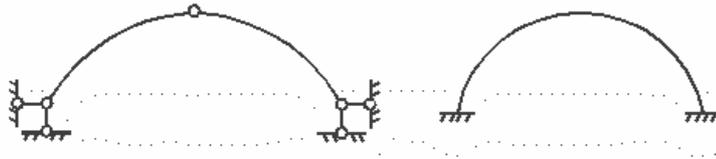


简支梁

连续梁

(2) 拱

拱：杆轴为曲线，在竖向力作用下产生水平反力的结构。

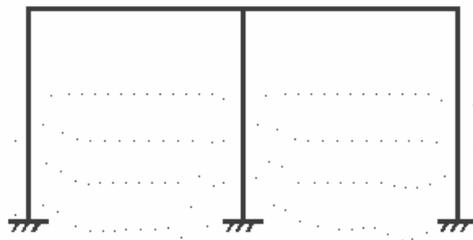


(3) 桁架

桁架：由若干个直杆组成，所有结点都为铰结点。在结点荷载作用下各杆只受轴力。

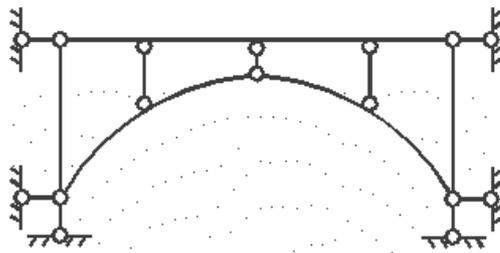
(4) 刚架

刚架通常由直杆组成，其结点通常为刚结点。主要受力性能是受弯。



(5) 组合结构

组合结构：桁架和梁或刚架组合在一起的结构。桁架主要受轴力；梁或刚架主要受弯。



1.4.2 根据杆件结构的计算特点，结构可分为静定结构和超静定结构两大类。

(1) 静定结构

凡用静力平衡条件可以确定全部支座反力和内力的结构称为静定结构。

(2) 超静定结构

凡不能用静力平衡条件确定全部支座反力和内力的结构称为超静定结构。

根据杆件和荷载在空间的位置，结构可分为平面结构和空间结构。

(1) 平面结构

各杆件的轴线和荷载都在同一平面内，称为平面结构。前面所示均为平面结构，是本书讨论的重点。

(2) 空间结构

各杆件的轴线和荷载不在同一平面，或各杆件轴线在同一平面内，但荷载不在该平面内时，称为空间结构。载不在该平面内，亦为空间结构。

1.5 荷载的分类

荷载是主动作用于结构的外力。例如，结构的自重(重力)上的车辆荷载以及作用于水工结构的水压力和土压力等。

根据其作用时间的长短和作用性质，荷载可作以下分类。

(1) 根据其作用时间的长短，荷载可分为：

①恒荷载 永久作用在结构上的不变荷载，如结构的自重，固定于结构上的设备的重量等。

②活荷载 暂时作用在结构上的可变荷载，如楼面上的人群、吊车荷载、列车荷载，以及风荷载和雪荷载等。

活荷载按其作用位置的变化情况，还可分为：

a. 可动荷载 能作用于结构上的任意位置的荷载，如风荷载和雪荷载等。

b. 移动荷载 一系列互相平行、间距保持不变，但能在结构上移动的活荷载，如列车荷载和吊车荷载等。

(2) 根据其作用的性质，荷载可分为：

①静力荷载 静力荷载的大小、方向和位置不随时间变化或变化极为缓慢，不会使结构产生显著的振动，因而可略去惯性力的影响。结构的恒荷载都是静力荷载。只考虑位置改变，不考虑动力效应的移动荷载，也是静力荷载。

②动力荷载 动力荷载是随时间迅速变化的荷载，使结构产生显著的振动，因而惯性力的影响不能忽略。加机械运转时产生的荷载，地震时由于地面运动对结构的动力作用以及爆炸引起的冲击波等。

除荷载外，还有其他一些因素也可以使结构产生内力或位移，例如，温度变化、支座沉陷、制造误差、材料收缩以及松弛、徐变等。从广义上来说，这些因素也可视为广义荷载。

本章小结

本章讨论了四个问题：结构力学的任务与方法，结构的计算简图，结构和杆件结构的分类，荷载的分它们都是贯穿在全书中的童要问题，但在学习绪论时，只要有一个基本的了解即可，以后进一步加深。要强调一下的是，结构的计算简图是本章的童点，也是以后计算的出发点。学习时应对其选择原则、简化要点(特别是其中的结点和支座简化要点)等给予特别的注意，为今后进行结构的受力和变形分析打下基础。

2. 结构的几何组成分析

本章提要

本章是结构力学计算的先导。先介绍自由度和约束的概念，然后讨论几何不变无多余约束平面杆件体系的组成规律，并归结为三个规则，这是本章的重点。

2.1 几何组成分析的目的、几何不变体系和几何可变体系

为了能够承受荷载，结构的几何形状必须是不能改变的。如果一个体系的几何形状是可以改变的，就不能做结构。

前提：体系受到各种可能荷载作用，不考虑材料的应变。

几何不变体系：在不考虑材料应变的条件下，体系的几何形状和位置保持不变的体系。

几何可变体系：在不考虑材料应变的条件下，几何形状和位置可以改变的体系。

内部几何不变体系，简称内部不变。内部几何可变体系，简称内部可变。

几何组成分析的目的

(1) 判别结构是否几何可变，决定是否可以作为结构。

(2) 研究几何不变体系的组成规则

附带作用：确定结构是静定还是超静定，选取相应计算方法；了解结构的构成和层次，选择结构受力分析的顺序

2.2 自由度和约束的概念

2.2.1 自由度

一个体系的自由度表示该体系独立运动的数目，或体系运动时可以独立改变的坐标数目。

(1) 一个点的自由度

平面内一个点的运动可以分解为两个方向的移动，即一个点有两种独立的运动方式，或一个点的位置需由两个独立的坐标来确定。

(2) 一个刚片的自由度

平面内一个刚片的运动可以分解为两个方向的移动和绕某点的一个转动，即一个刚片可以有三种独立的运动方式。

2.2.2 约束

使体系减少自由度的装置或连接，称作约束。能减少几个自由度的装置或连接，就相当于几个约束。

约束有两大类：文座约束和刚片间的连接约束。

(1) 支座约束

① 滚轴支座，减少了一个自由度，相当于一个约束。

②铰支座，减少了两个自由度，相当于两个约束。

③固定文座，减少三个自由度，相当于三个约束。

(2)刚片间的连接约束

①链杆，一个链杆连接相当于一个约束。

②简单铰，一个简单铰相当于两个约束。

③简单刚结，一个简单刚结相当于三个约束。

2.2.3 约束代换和瞬铰

一个简单铰相当于两个约束，两根链杆也相当于两个约束，而约束是可以代换的。

如果连接两个刚片的两个链杆不在刚片上相交，则两链杆的交点处，形成一虚铰，虚铰的位置是变化的，因此，又称瞬铰。

2.2.4 必要约束和多余约束

在杆件体系中能限制体系自由度的约束，称为必要约束。而对限制体系自由度不起作用的约束，称为多余约束。

2.3 几何不变无多余约束的平面杆件体系的几何组成规则

几何不变无多余约束的平面杆件体系的几何组成规则有

2.3.1 一个点和一个刚片的连接

由此可得下述规则：

规则 I：一个点与一个刚片用两根不在一直线的链杆相连，构成内部几何不变且无多余约束的体系。

二元体是指用两根不在同一直线的链杆连接一个新结点的构造。

规则 I 也可用二元体的组成叙述：在一个刚片上，增加一个二元体仍为几何不变无多余约束的体系；

二元体的构造不改变原体系的自由度。基础也可视为一个刚片

2.3.2 平面内两个刚片的连接

由此可得下述规则：

规则 II：两个刚片用一铰和一链杆相连，且链杆及其延长线不通过铰，构成内部几何不变且无多余约束的体系。

根据两链杆和一铰的约束等效性及瞬铰的概念，可得规则 II 的另一叙述：

规则 II'：两个刚片用三个链杆相连，三链杆不平行也不交于一点，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。

当将基础也视为一个刚片时，规则 II 就成为从基础固定一个刚片的标准模式。

2.3.3 平面内三个刚片的连接

规则 III：三个刚片用三个铰两两相连，且三铰不在同线上，则组成内部几何不变且无多余约束的体系。

当将基础也视为一个刚片时，规则 III 就成为从基础固定两个刚片的标准模式。

2.3.4 瞬变体系

瞬时发生微小位移，经微小位移后不再运动的体系称为瞬变体系。

2.4 几何组成分析举例

例 2.5, 例 2.6

分析，一种从基础出发，逐步应用组成规则；另一种从机构内部出发，逐步扩大成大刚片。

本章小结

(1) 几何组成分析的目的主要是：判定杆件体系是否几何可变，从而决定其能否用作结构；研究几何不变、无多余约束体系的组成规则，以便帮助我们正确选择静力分析方法和程序，这一点以后各章经常要引用。

(2) 几何不变无多余约束体系的组成规则有三个：

① 一刚片和一个，用不共线的两根链杆连接；

② 两刚片用一个铰和一根不通过此铰的链杆或三个全不平行也不交于

③ 三刚片用不在同一直线上的三个铰两两相连。

三个规则的实质是三角形规则，即三角形的三个边长一定，其几何图形是唯一确定的。了解这三个规则并不难，重要的是要能够熟练地运用它来依次分析各种复杂的杆件体系。这是本章的重点，但初学者往往难于下手，为此，进行一定量的练习是必要的。 “

应用三个规则分析体系时，一方面要注意它的严格性：分清被约束的对象和起限制自由度作用的约束，它们的数目和布置是否满足组成规则的要求。另一方面又要注意灵活性：被约束对象或约束的代换关系、瞬铰的概念等等，不被形式的变化所迷惑。

(3) 掌握结构的几何组成和静力特征之间的关系

几何不变，无多余约束 静定结构；

几何不变，有多余约束 超静定结构；

几何可变(包括瞬变) 不能用作结构。

3 静定梁

本章提要

本章讨论静定单跨梁和多跨梁的支座反力、内力的计算，及内力图的绘制。单跨梁是多跨梁计算的基础，要求熟练掌握。注意本章中分段叠加法绘制立杆弯矩图在作法上的特点。

3.1 静定单跨梁的计算

3.1.1 杆件截面内力及正负号规定

平面杆件截面上一般有三个内力分量：轴力 N 、剪力 Q 及弯矩 M 。截面内力沿杆轴切线方向的分力称为轴力。轴力以拉力为正，压力为负[图 3.2(a)]。

截面内力沿杆轴法线方向的分力称为剪力*剪力对搜取的隔离体邻近截面顺时针旋转者为正，反之为负[图 3.2(b)]。

截面内力对截面形心的力矩称为弯矩。在水平杆中，当弯矩使杆件下部纤维受拉时，弯矩为正，反之为负[图 3.2(c)]。

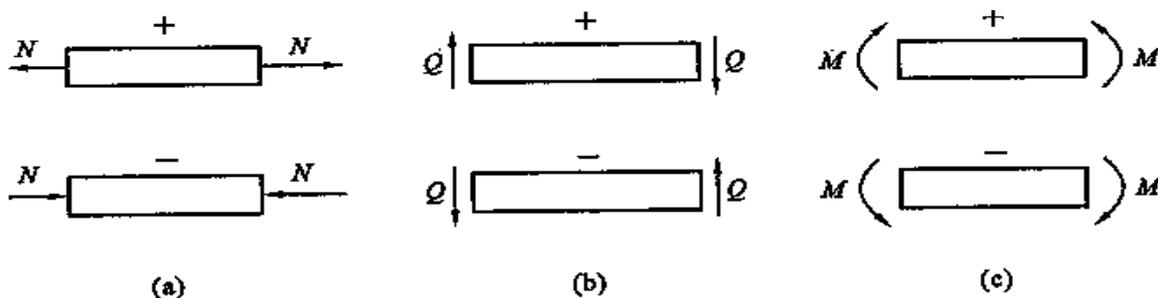
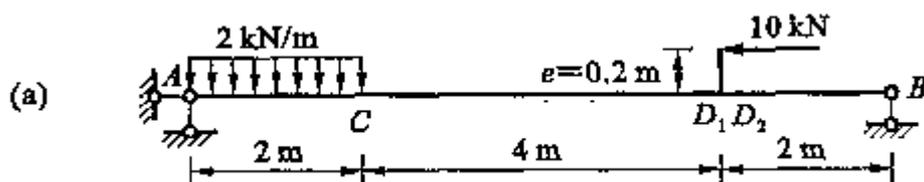


图 3.2 内力的正负号规定
(a) 轴力的正负；(b) 剪力的正负；(c) 弯矩的正负

3.1.2 杆件截面内力计算的方法—截面法

计算杆件指定截面内力的基本方法是截面法，即沿指定截面将杆件截开，取截面的一边为隔离体，利用隔离体的三个平衡方程，可确定该截面的三个内力分量。

[例 3.1] 图 3.3(a)所示简支梁，AC 段有均布荷载 $q=2\text{kN/m}$ ，在截面 D 处作用水平力 $P=10\text{kN}$ ，其偏心距 $e=0.2\text{m}$ ，用截面法计算截面 C、 D_1 、 D_2 的内力。



解:①在求梁内力以前,应先利用整体平衡条件求文座反力

②求截面 c 的内力

③求截面 D1 的内力

④求截面 D2 的内力

用截面法计算指定截面内力的步骤如下:

(1)沿指定截面截开,取被而一边(通常取受力简单的部分)为隔离体。

(2)画出隔离体受力图。

(3)建立隔离体的平衡条件,确定该截面的三个内力分量。

显然,要正确建立平衡方程,求得正确的内力结果,关键是要正确画出隔离体受力图图时,应注意以下几点:

(1)隔离体与其周围的约束要全部截断,以相应的约束力代替。

(2)约束力要符合约束的性质。截断滚轴支座、铰支座和固定支座时,应相应地加上一个、两个和三个支座反力(固定支座的三个反力中,有一个是反力偶)。截断链杆(两端为铰的直杆,且杆上无荷载作用)时,在截面上加轴力;截断一个简单铰时,在截面上加轴力和剪力;截断受弯杆件时,在截面上加轴力、剪力和弯矩。

(3)如实画出隔离体上的全部力,不要遗漏,也不可增添。隔离体受力图上的力包括两类:一类是外荷载(分布荷载、集中力和集中力偶等),另一类是截断面上的约束力[如(2)中所述。

(4)隔离体受力图的表示必须清楚、明确。一般已知力按实际作用方向、实际数值表示;未知力一般按正号方向画。求得的未知力若为正值,表示未知力的方向与假设的方向一致,若为负值,则与假设的方向相反。这样,根据未知力计算结果的正负号,即可确定实际力的方向。

以上是用截面法求杆件截面内力的正规做法。此方法的另一表现形式是不画出隔离体,直接根据由截面内力定义得出的内力算式来计算。

截面内力的算式为:

轴力=截面一边的所有外力沿杆轴切线方向投影的代数和

剪力=截面一边的所有外力沿杆轴法线方向投影的代数和

弯矩=截面一边的所有外力对截面的形心力矩的代数和。

正负号的规定同前。

3.1.3 荷载与内力之间的微分关系

在工程力学(材料力学)课程中,曾讨论过水平杆的荷载、剪力、弯矩之间的微分关系,在结构力学课程的学习中,要求进一步熟练掌握这些微分关系,以便进行内力图的校核,并能根据内力图形状的特点迅速分段绘制内力图。

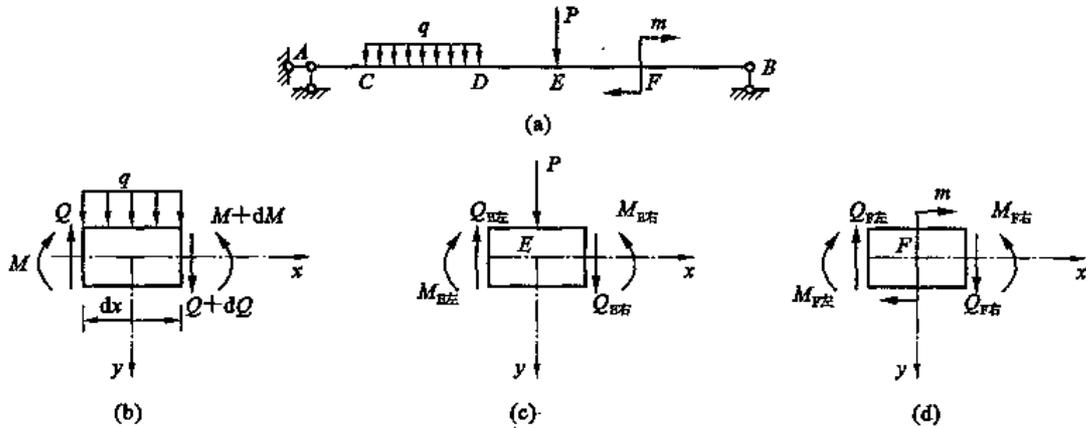


图 3.4 微段内力与荷载之间的关系

(1) 分布荷载作用

在荷载连续分布区段 CD 内,任意取微段 dx 为隔离体[见图 3.4(b)],由平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = 0, \quad \frac{dQ}{dx} = -q \quad (a) \\ \sum M_o = 0, \quad \frac{dM}{dx} = Q \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

综合式(3.1)的(a)和(b),得

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q \quad (3.2)$$

上述微分关系表达式的几何意义是:

式[3.1(a)]表示剪力图在某点的切线斜率等于该点的荷载集度,但两者正负号相反。

式[3.1(b)]表示弯矩图在某点的切线斜率等于该点剪力。

由式(3.2)表示弯矩图曲线在某点的二阶导数(一阶导数的变化率)等于该点的荷载集度,但符号相反。

上述微分关系说明在荷载连续分布的区段,内力图的形状有以下特点:

① 在均布荷载区段($q=$ 常数)

Q 图是 x 的一次式, Q 图是斜直线;若取剪力图纵坐标向上为正, q 向下作用时,斜直线自左向右向下倾斜。

M 图是 x 的二次式, M 图是抛物线;当 q 向下时, M 图的一阶导数的变化率为负,即曲线向下凸。

② 在无荷载区段($q=0$)

Q 等于常数, Q 图是水平线。

M 图是 x 的一次式, M 图是斜直线,倾斜方向同剪力的符号。

(2) 集中力作用

在集中力作用点 E 附近取微段为隔离体[图 3.4(c)],由平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = 0, \quad Q_{E右} = Q_{E左} - P & \quad (a) \\ \sum M_E = 0, \quad M_{E左} = M_{E右} & \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

式[3.3(a)]说明在集中力作用点的两侧剪力值是不等的,两侧剪力相差的值为 P 。因此,剪力图在 P 作用点有突变,突变值为 P 。

式[3.3(b)]说明在集中力作用点的两侧弯矩值是相等的,但由于 P 作用点两侧剪力值不等,因此,弯矩图在 P 作用点两侧斜率不同而形成一尖点,当 P 作用方向向下时,尖角向下。

(3) 集中力偶作用

在集中力偶作用点 F 附近取微段为隔离体[图 3.4(d)],由平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = 0, \quad Q_{F左} = Q_{F右} & \quad (a) \\ \sum M_F = 0, \quad M_{F右} = M_{F左} + m & \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

式[3.4(a)]说明在集中力偶 m 作用点的两侧剪力值是相等的,因此,剪力图在 m 作用点的两侧无变化。

式[3.4(b)]说明在集中力偶 m 作用点的两侧弯矩值是不等的,两侧弯矩值相差为 m ,因此,弯矩图在 m 作用点两侧有突变,突变的值为 m 。且由于 m 作用点两侧的剪力相等,弯矩图在 m 作用点两侧的斜率相等,即两侧的切线彼此平行。

3.1.4 内力图的绘制

内力图是表示杆件上各截面内力沿杆长度变化规律的图形。绘制时,以杆轴为横坐标,各截面内力值为纵坐标。本课程对绘制内力图的规定如下:

弯矩图的纵坐标一律画在杆件受拉纤维一侧,不注明正负号。剪力图和轴力图可画在杆件任一侧,但需注明正负号(对于水平杆件,一般把正号剪力和轴力画在杆件上方)。

前述荷载与内力的微分关系说明,杆件内力图的形状是与荷载分布直接有关的。在分布荷载和无荷载段,内力图为连续图形,而在荷载的不连续点,内力图也出现不连续的变化。利用这些特点,可以迅速简便地绘制内力图,其要点如下:

(1) 选择控制截面

控制截面是指荷载的不连续点,如分布荷载的起点和终点、集中力作用点和集中力偶作用点。控制截面也是内力图出现不连续的截面。

(2) 计算控制截面内力值

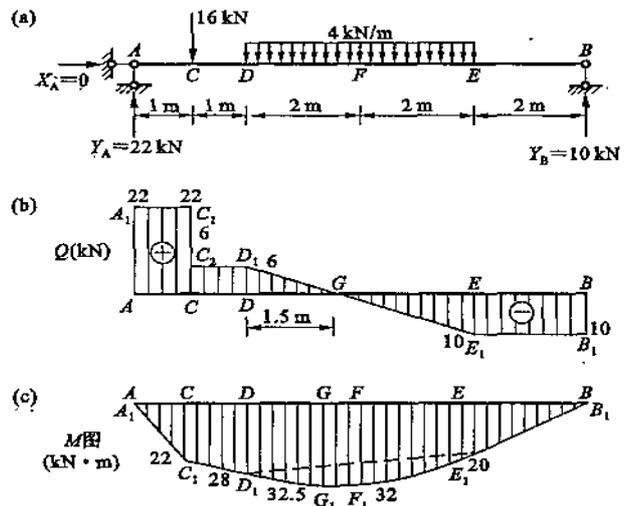
计算控制截面内力值的基本方法是截面法,见第 3 章 3.1.2。

(3) 分段绘制内力图

将一杆件以控制截面分段,以控制截面的内力值作为内力图在该截面的纵坐标, A 荷载与内力的微分关系总结的内力图特征绘制各分段间的内力图。

现举例说明。

[例 3.3] 作图 3.5(a)所示简支梁的内力图。



【解】

① 求支座反力

利用整体平衡条件:

$$\sum X = 0, \quad X_A = 0$$

$$\sum M_A = 0, \quad 16 \times 1 + 4 \times 4 \times 4 - Y_B \times 8 = 0, \\ Y_B = 10 \text{ kN}(\uparrow)$$

$$\sum M_B = 0, \quad Y_A \times 8 - 16 \times 7 - 4 \times 4 \times 4 = 0, \\ Y_A = 22 \text{ kN}(\uparrow)$$

$$\sum Y = 0, \quad 22 - 16 - 4 \times 4 + 10 = 0$$

② 作剪力图

a. 用截面法计算控制截面内力。控制截面有 A、B、C、D、E 等荷载不连续点,将梁 AB 分成四段: AC、CD、EB 段无荷载, Q 图为水平线,用一个值就可确定; DE 段内有均布荷载, Q 图为斜直线,有两个值就可确定。

$$Q_A = Q_{C左} = Y_A = 22 \text{ kN}$$

$$Q_{C右} = Q_D = Y_A - P = 22 - 16 = 6 \text{ kN}$$

$$Q_E = Q_B = -Y_B = -10 \text{ kN}$$

b. 作 Q 图

先作 Q 图横坐标轴 AB [图 3.5(b)],在横坐标轴上各相应位置标注控制截面(A、C、D、E、B),在 A 点和 C_左 点的坐标轴上面取 22 kN 为纵坐标,得到 A₁ 点和 C₁ 点;在 C_右 和 D 点的坐标轴上面取 6 kN 为纵坐标,得到 C₂ 点和 D₁ 点;在 E 点和 B 点的坐标轴下面取 10 kN 为纵坐标,得到 E₁ 和 B₁ 点。将各纵坐标 A₁C₁、C₂D₁、D₁E₁、E₁B₁ 分别连以直线,在坐标轴上面注明正号,在坐标轴下面注明负号,即得剪力图。剪力图见图 3.5(b)。

③ 作 M 图

a. 用截面法计算控制截面弯矩。仍选 A、C、D、E、B 为控制截面,各控制截面弯矩值为:

$$M_A = 0$$

$$M_C = 22 \times 1 = 22 \text{ kN} \cdot \text{m}(\text{下边受拉})$$

$$M_D = 22 \times 2 - 16 \times 1 = 28 \text{ kN} \cdot \text{m}(\text{下边受拉})$$

$$M_E = 10 \times 2 = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}(\text{下边受拉})$$

$$M_B = 0$$

b. 作 M 图

在横坐标轴上各控制截面(A、C、D、E、B)下方标注各相应截面弯矩的纵坐标值(0、22、28、20、0),它们对应的点为(A₁、C₁、D₁、E₁、B₁),见图 3.5(c)。

在梁上无荷载段,即 AC、CD、EB 段,将 A₁C₁、C₁D₁、E₁B₁ 分别连以直线,即得这些段的弯矩图。

在梁上有均布荷载的 DE 段,弯矩图为抛物线,抛物线应根据三个纵坐标定出。现已有 D₁ 和 E₁ 点,在 D₁ 和 E₁ 之间缺少一个纵坐标值,可取 DE 段中点 F 的弯矩值 M_F,也可取 DE 之间的 M_{max} 值,现分别计算如下:

$$M_F = 22 \times 4 - 16 \times 3 - 4 \times 2 \times 1 = 32 \text{ kN} \cdot \text{m} (\text{下边受拉})$$

M_{\max} 发生在 $\frac{dM}{dx} = Q = 0$ 的截面, 设该截面为 G , 先利用 AG 隔离体平衡 [见图 3.5(d)], 计算 $Q=0$ 截面 (即 G 点) 的位置。

$$Q_G = 22 - 16 - qx = 0$$

$$x = \frac{22 - 16}{4} = 1.5 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 22 \times 3.5 - 16 \times 2.5 - 4 \times \frac{1.5^2}{2} = 32.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

得到 M_F 值和 M_{\max} 值后, 就可在横坐标轴上 F 点下面取纵坐标为 $32 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 得到 F_1 点; 或在横坐标轴上 G 点下面取纵坐标为 $32.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 得到 G_1 点。将 D_1 、 F_1 、 E_1 三点或 D_1 、 G_1 、 E_1 三点连成一抛物线, 即得 DE 段的弯矩图。

AB 梁的弯矩图见图 3.5(c)。

④ 内力图形状特征的校核

由图 3.5(a)、(b)、(c) 给出的荷载图、 Q 图和 M 图分析: AC 、 CD 、 EB 都是无荷载段, 剪力图是水平线, 弯矩图是斜直线; 在 P 作用点 C , 剪力值有突变, 突变值为 P , 弯矩图在 C 两侧斜率不等, 形成尖点, 尖角指向同 P 的方向; DE 段有均布荷载 q , 剪力图是斜直线, 斜率值即 q 值, 弯矩图是二次抛物线, 注意在 D_1 和 E_1 点直线和曲线之间为光滑过渡。

还可看出, 弯矩图切线斜率的数值和方向与剪力图的剪力值和符号是一致的, M 图曲线的凸向与 q 的指向相同。

3.2 叠加法绘制直杆弯矩图

图 3.6(a) AB 是一简支梁, 在两端部 A 和 B 受有集中力偶 M_A 和 M_B , 在梁上受有均布荷载 q 。由叠加原理, 将梁 AB 所受荷载分成两组: 一组是梁两端的集中力偶 M_A 、 M_B , 见图 3.6(b); 另一组是梁上的均布荷载 q , 见图 3.6(c)。

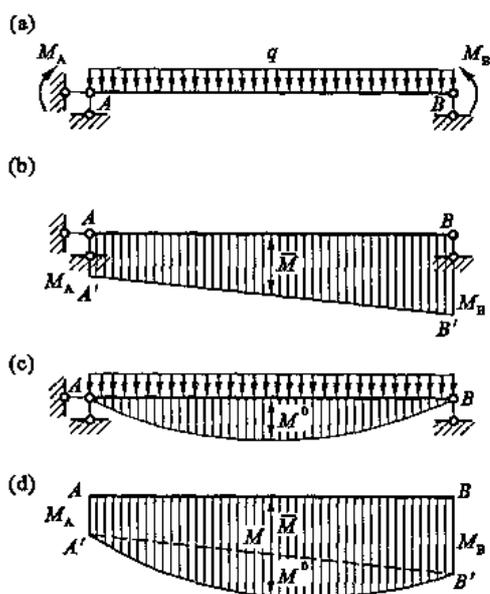


图 3.6 简支梁弯矩图的叠加

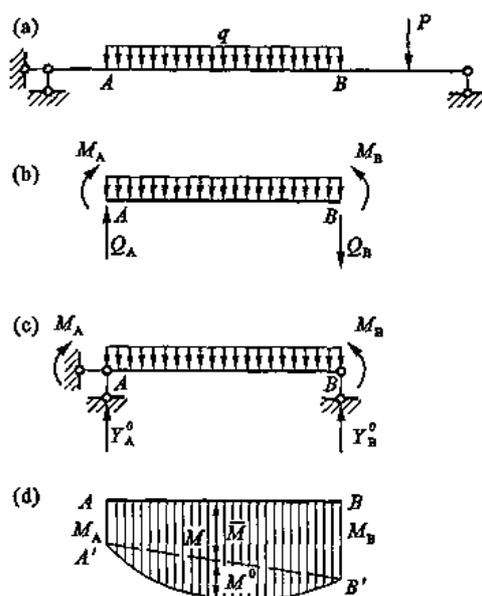


图 3.7 一段梁弯矩图的叠加

在梁两端力偶 M_A 和 M_B 作用下的弯矩图 \bar{M} 是一根直线, 只需将端截面 A 和 B 的弯矩纵坐标 M_A 和 M_B 画出, 得到点 A' 和 B' , 在 A' 点和 B' 点之间连以直线即得, 如图 3.6(b) 所示。在梁上均布荷载作用下的弯矩图 $M^0(x)$ 则是二次抛物线, 如图 3.6(c) 所示。而简支梁 AB 在端弯矩和梁上均布荷载共同作用下的总弯矩图 M 则是两组荷载产生的弯矩图的叠加。在作弯矩图时, 可在直线 \bar{M} 图的基础上叠加 M^0 图, 即得到总弯矩图 (M 图), 如图 3.6(d) 所示。

应当注意: 弯矩图的叠加是指弯矩纵坐标的叠加, 而不是指图形的简单拼合。图 3.6(d) 所示任意截面的三个纵坐标 \bar{M} 、 M^0 与 M 之间的叠加关系为:

$$M(x) = \bar{M}(x) + M^0(x)$$

其中, M^0 的纵坐标也应垂直于杆轴 AB , 而不是垂直于图中的虚直线 $A'B'$ 。

3.2.2 分段叠加法

现在把第 3 章 3.2.1 所讨论的简支梁弯矩图的叠加方法推广应用到直杆的任意段情形。图 3.7(a) 所示简支梁, 杆段 AB 受有均布荷载 q , 杆段 AB 端部截面 A 和 B 的弯矩已用截面法求得, 现讨论如何用叠加法作杆段 AB 的弯矩图。

取杆段 AB 为隔离体, 受力图如图 3.7(b) 所示, AB 段端部截面的作用力为 M_A 、 Q_A 和 M_B 、 Q_B 。

图 3.7(c) 所示为一跨度和杆段长度相同的简支梁 AB , 受有梁端力偶 M_A 、 M_B 和梁上均布荷载 q 的作用。

将图 3.7(b) 所示杆段 AB 与图 3.7(c) 所示简支梁 AB 相比较, 杆段 AB 的长度和简支梁 AB 的跨度相等, 杆端力偶 M_A 、 M_B 和均布荷载 q 都相同; 由平衡条件可知: $Y_A^0 = Q_A$, $Y_B^0 = -Q_B$ 。因此, 图 3.7(b) 所示杆段 AB 的受力状态和图 3.7(c) 所示相应简支梁 AB 的受力状态是等效的, 两者的弯矩图也是相同的。这样, 就可以利用绘制简支梁 AB 弯矩图的叠加方法来绘制杆段 AB 的弯矩图, 结果表示于图 3.7(d) 中。

对于直杆的任意段 AB 用叠加法画弯矩图的做法是: 先用截面法求得分段两端控制截面的弯矩值 M_A 和 M_B ; 在弯矩图横坐标轴上以 M_A 和 M_B 的值作为纵坐标 (画在杆件受拉纤维一侧), 两纵坐标端点 $A'B'$ 连以虚直线; 以此虚直线为基线, 叠加 AB 段长度作为跨度的相应简支梁在跨间荷载作用下的弯矩图的纵坐标。

【例 3.4】 作图 3.8(a) 所示伸臂梁的弯矩图。

【解】

本题不需求出支座反力即可作出弯矩图。

① 计算控制截面弯矩

选荷载不连续点 A 、 B 、 D 为控制截面, 用截面法算得弯矩值为

$$M_A = -3 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上边受拉)}$$

$$M_D = 0$$

$$M_B = -1 \times 2 \times 1 = -2 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上边受拉)}$$

② 用分段叠加法绘制 M 图

先画 M 图横坐标轴, 在坐标轴上控制截面 A 、 B 、 D 点上以计算得到的 M_A 、 M_B 、 M_D 的值画出纵坐标, 得到 A_1 、 B_1 、 D_1 点, 如图 3.8(b) 所示。控制截面将梁分为两段, 即 AB 段和 BD 段。

AB 段有集中力 P , 先将 A_1B_1 连以虚直线, 以 A_1B_1 虚直线为基线, 叠加以 AB 长度为跨度的简支梁在跨中有集中力作用下的弯矩图, 即 M^0 图。 M^0 图在跨度中点的纵坐标为 $\frac{4}{4} \times 5 = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 因此 AB 中点 C 的弯矩值

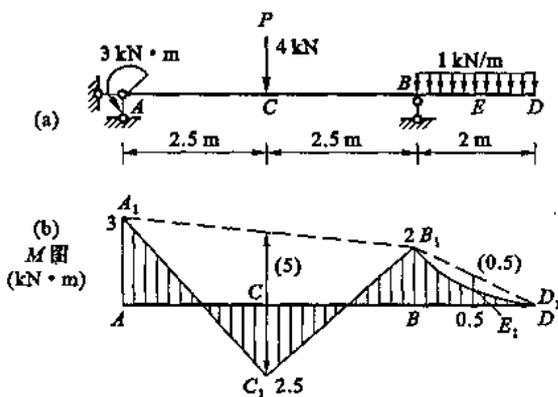


图 3.8 例 3.4 图

$$M_C = -\frac{3+2}{2} + 5 = 2.5 \text{ kN} \cdot \text{m} (\text{下边受拉})$$

以 M_C 值为纵坐标得到 M 图中的 C_1 点。

BD 段有均布荷载。先将 B_1D_1 连以虚直线，以 B_1D_1 虚直线为基线，叠加以 BD 长度为跨度的简支梁在均布荷载作用下的弯矩图，即 M^0 图。 M^0 图在 BD 中点的纵坐标为 $\frac{1}{8} \times 1 \times 2^2 = 0.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ，因此 BD 中点 E 的弯矩值

$$M_E = -\frac{2+0}{2} + 0.5 = -0.5 \text{ kN} \cdot \text{m} (\text{上边受拉})$$

以 M_E 值为纵坐标得到 M 图中的 E_1 点。

注意： AB 段、 BD 段的 \bar{M} 图虚直线在坐标轴上边，而简支梁的 M^0 图是使梁的下部纤维受拉，因此，叠加时纵坐标 \bar{M} 和 M^0 应相减。

最后弯矩图见图 3.8(b)。

本题 BD 段弯矩图也可将 BD 看成悬臂梁作用有均布荷载直接画出，而不必用叠加法。

3.3 简支斜梁的计算

在房屋建筑中，楼梯[图 3.9(a)]的计算简图通常取为简支斜梁[图 3.9(b)、(c)]。

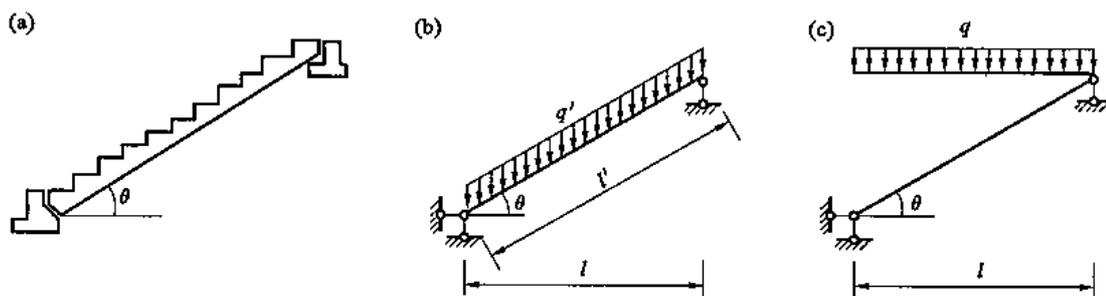


图 3.9 楼梯及其计算简图

斜梁的轴线是斜直线，它和水平轴的夹角为 θ 。斜梁所受的荷载分两种：(1) 沿斜杆轴线分布的竖向荷载，如自重；(2) 沿水平线分布的竖向荷载，如使用荷载。计算时为了统一，常将沿斜杆轴线分布的竖向荷载[图 3.9(b)]，化为沿水平线分布的竖向荷载[图 3.9(c)]。按杆轴线分布和水平线分布的计算结果是相同的。当为均布荷载时，两者间的折算关系为：

$$ql = q'l' = q' \frac{l}{\cos\theta}$$

所以

$$q = \frac{q'}{\cos\theta}$$

式中 q' ——沿杆轴线每单位长度上的竖向均布荷载；

q ——沿水平线每单位长度上的竖向均布荷载。

下面以沿水平线表示的竖向均布荷载为例说明静定斜梁计算的特点。

【例 3.5】 作图 3.10(a)所示简支斜梁的内力图， q 为沿水平线每单位长度上的荷载。

【解】

① 利用整体平衡条件，计算支座反力。

$$\sum X = 0, \quad X_A = 0$$

$$\sum M_A = 0, \quad Y_B = \frac{1}{2}ql (\uparrow)$$

$$\sum M_B = 0, \quad Y_A = \frac{1}{2}ql (\uparrow)$$

校核:

$$\sum Y = 0, \quad ql - \frac{ql}{2} - \frac{ql}{2} = 0$$

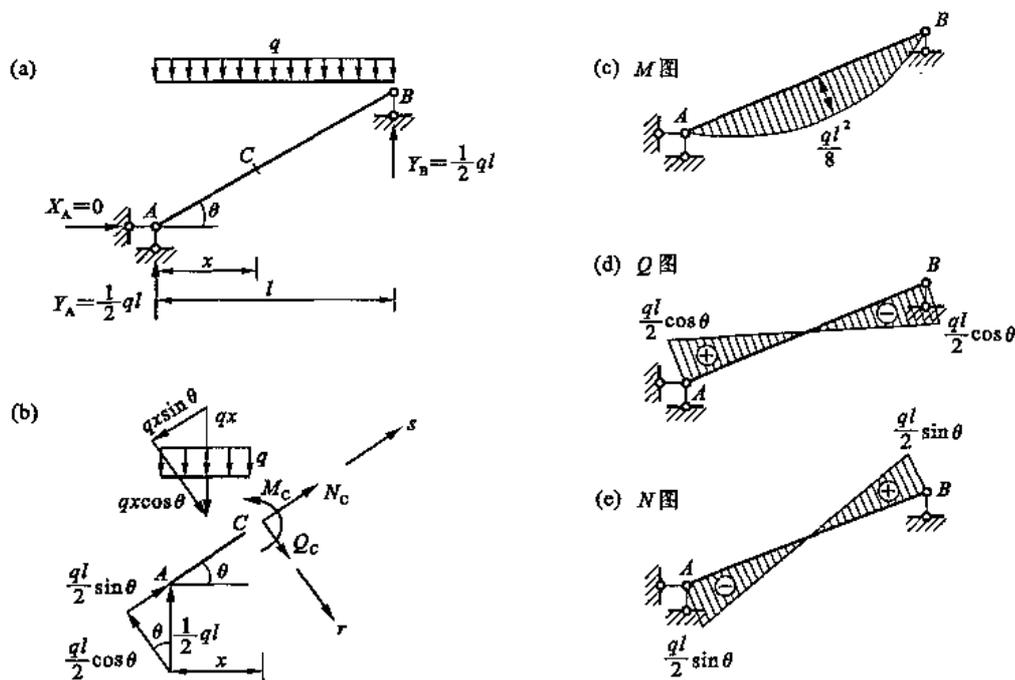


图 3.10 例 3.5 图

② 用截面法计算任一截面 C 的内力

设任一截面 C 距支座 A 的水平距离为 x 。沿 C 作截面切开, 取 C 左边部分为隔离体, 隔离体受力图如图 3.10(b) 所示。注意: 斜杆轴线是倾斜的, 所以斜杆的剪力和轴力都是倾斜的力。在建立隔离体投影平衡方程时, 应分别取沿杆轴切线 (s) 方向和法线 (r) 方向的投影方程, 可直接求得 N_C 和 Q_C , 因此, 应将支座反力 Y_A 和均布荷载 qx 都沿 s 和 r 方向分解。

$$\sum M_C = 0, \quad \frac{1}{2}qlx - qx \frac{x}{2} - M_C = 0, \quad M_C = \frac{1}{2}q(lx - x^2) \quad (a)$$

$$\sum r = 0, \quad -\frac{1}{2}ql \cos \theta + qx \cos \theta + Q_C = 0, \quad Q_C = \frac{1}{2}q(l - 2x) \cos \theta \quad (b)$$

$$\sum s = 0, \quad \frac{1}{2}ql \sin \theta - qx \sin \theta + N_C = 0, \quad N_C = -\frac{1}{2}q(l - 2x) \sin \theta \quad (c)$$

③ 作 M 、 Q 、 N 图

a. M 图

式(a)与简支水平梁的 M_C 的方程相同, 弯矩图见图 3.10(c)。

b. Q 图

由式(b)可看出, 剪力分布是 x 的一次式, 是一直线, 可由梁两端剪力纵坐标连一直线画出。

$$x = 0, \quad Q_A = \frac{1}{2}ql \cos \theta$$

$$x = l, \quad Q_B = -\frac{1}{2}ql \cos \theta$$

与相应水平梁(荷载和水平跨度相同)比较, 只差一常数 $\cos \theta$, 即为水平梁剪力的投影。Q 图见图 3.10(d)。

c. N 图

由式(c)可看出, 轴力分布也是 x 的一次式, 是一直线, 可由梁两端轴力纵坐标连一直线画出。

$$x = 0, \quad N_A = -\frac{1}{2}ql \sin \theta$$

$$x = l, \quad N_B = \frac{1}{2}ql \sin\theta$$

与相应水平梁的剪力比较，只差一常数 $\sin\theta$ ，也为水平梁剪力的投影。N 因见图 3. 10(e)。

通过例 3. 5 分析说明：

- (1) 简支斜梁计算支座反力和内力的方法仍然是隔离体平衡和截面法。
- (2) 在竖向荷载作用下，简支斜梁的支座反力和相应的平梁的支座反力是相同的。
- (3) 在竖向均布荷载作用下，简支斜梁的弯矩图和相应平梁的弯矩图是相同的。
- (4) 在竖向荷载作用下，斜梁有轴力；斜梁的剪力和轴力是相应平梁的两个投影。

最后补充说明一点：斜梁杆轴线是直线，凡直线的杆段均可用分段叠加法绘制弯矩图。

3. 4 静定多跨梁约束力的计算与几何组成

对于静定多跨梁来说，虽然可以用联立的方法算出全部支座反力，但因支座反力数较多，方程也较多，不可避免地要解联立方程。较好的解法是先进行几何组成分析，据此提出解算的顺序。

静定多跨梁的组成特点是：可以在铰处分解为以单跨梁为单元的基本部分和他属部分。基本部分能独立承受荷载并维持平衡；附属部分则依靠基本部分的支承才能承受荷载并保持平衡。

静定多跨梁的几何组成可分为基本部分和附属部分；组成的次序是先固定基本部分，后固定附属部分。

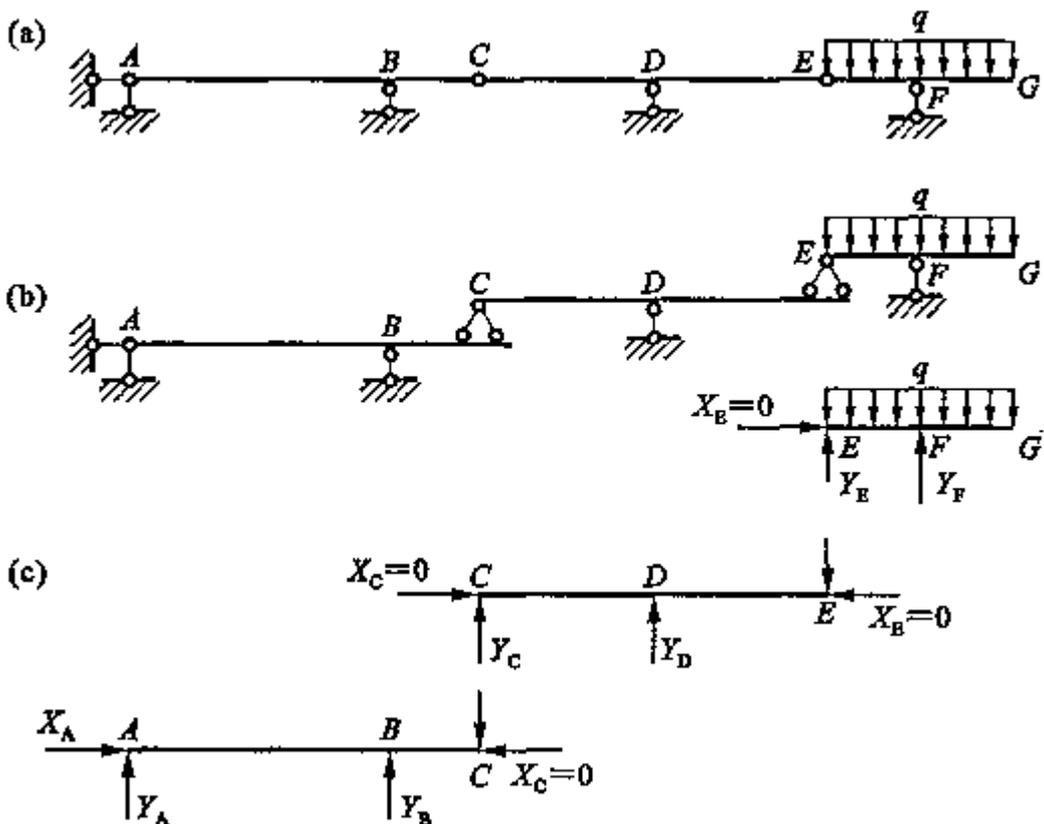


图 3.13 静定多跨梁的基本部分与附属部分

总之，计算静定多跨梁约束力的顺序，正好与组成顺序相反，先计算附属部分，将附属部分的支座反力反其指向，作为加于基本部分的荷载，再计算基本部分。这样便把多跨梁的计算分解为一个个的单跨梁的计算，各个解决，从而避免了解联立方程。

3.5 静定多跨梁内力图的绘制

(1) 静定多跨梁的内力正负号规定及内力图的绘制规定同单跨梁。

(2) 计算静定多跨梁的内力就是分别计算各单跨梁的内力；将各单跨梁的内力图连在一起就是静定多跨梁的内力图。

(3) 直杆的荷载与内力微分关系及内力图特征仍然适用于静定多跨梁。应注意的是：在多跨梁中间铰处 $M=0$ 。可以利用这些条件校核多跨梁的内力图以及快速绘制其内力图。

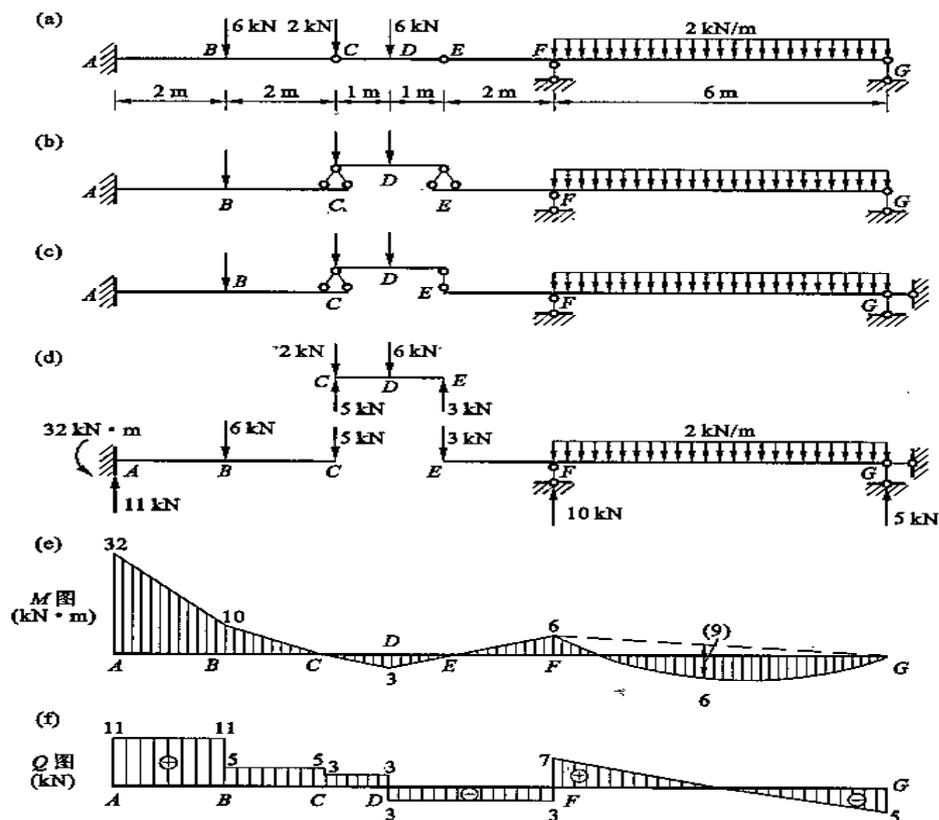


图 3.14 例 3.6 图

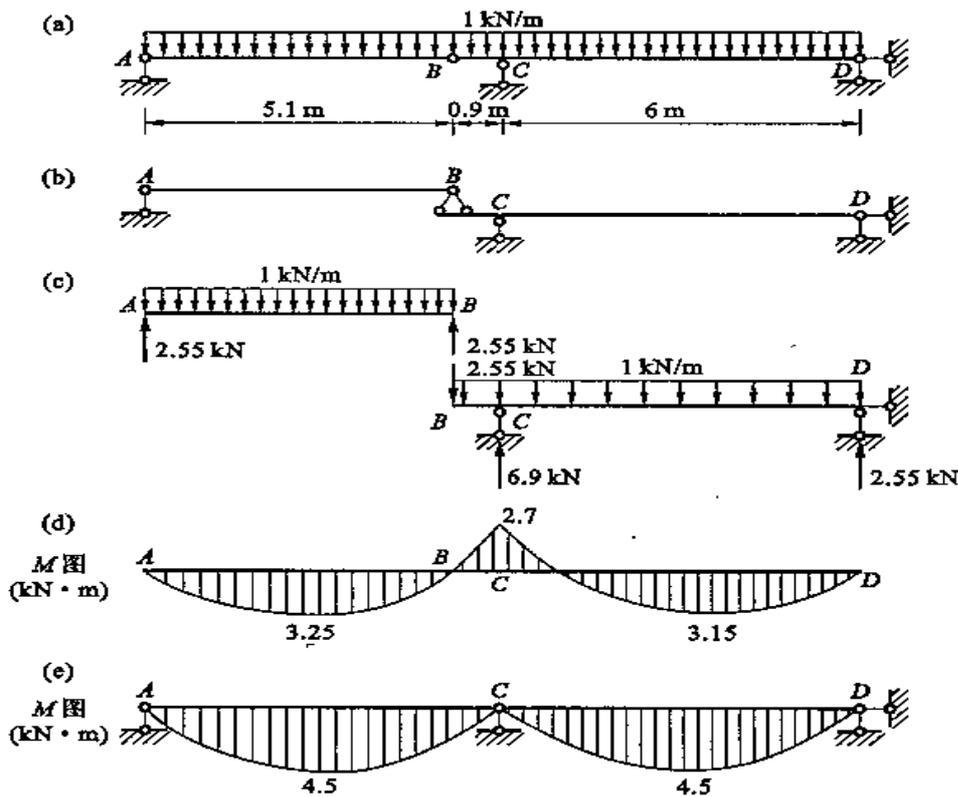


图 3.15 例 3.7 图

本章小结

本章基本内容是静定单跨梁和多跨梁的支座反力、内力的计算及内力图的绘制。

单跨梁是多跨梁以及刚架的计算基础，虽然材料力学中已讨论过，但现在的要求是熟练内力图，因此，学习时应强调多做练习，提高熟练程度。本章的要点如下：

(1) 计算步骤：通常先计算支座反力（悬臂梁可不求反力），再计算截面内力，最后绘制内力图。对静定多跨梁，应注意其几何组成特点，求支座反力的次序应与组成次序相反。

(2) 截面内力有弯矩、剪力和轴力，应注意其定义及正负号规定。

(3) 计算截面内力的基本方法是截面法。重点要求：能正确地截取隔离体、准确地画出隔离体受力图。受力图上必须画上隔离体所受的全部力，力的方向、数值和符号必须表示清楚。未知力用正方向的符号表示，已知力用实际方向的数值表示。只有画出正确清楚的受力图，才能写出明确无误的平衡方程。在此基础上，也应能熟练地列出截面法算式，直接计算截面内力。

(4) 绘制弯矩图的基本方法是分段叠加法。以控制截面将杆件划分为若干段。无载段的弯矩图即相邻控制截面弯矩纵坐标之间所连直线；有载段，以相邻控制截面弯矩纵坐标所连虚直线为基线，叠加以该段长度为跨度的简支梁在均布荷载作用下的弯矩图，得最后弯矩图。剪力图和轴力图则将相邻控制截面内力纵坐标连以支线即得。

(5) 内力图的纵坐标垂直于杆轴线画。弯矩图画在杆件受拉纤维一侧，不注正负号，剪力图和轴力图则注明正负号。

4、静定刚架

本章提要

本章讨论静定刚架的计算。先讨论支座反力的计算，再讨论杆端截面内力的求解和内力图的绘制方法。求三铰刚架支座反力时，必须利用中间铰处 $M=0$ 的补充方程；本多跨多层刚架的支座反力时，须先进行组成分析，按与组成相反的顺序进行计算；求杆端截面内力时，要注意交于刚结点的各杆的不同的杆端截面；给弯矩图时，仍采用分段叠加法。

4.1 静定平面刚架的几何组成及特点

图 4.3(a) 所示刚架，由于梁和柱之间用刚结点连接，可以不用斜杆而组成几何不变体系，因此，刚架杆件的弯曲变形较大，弯矩是主要内力。

图 4.3(a) 所示刚架与图 4.3(c) 所示铰结结构(桁架)比较，刚架的杆数较少，结构内部空间较大，便于利用。

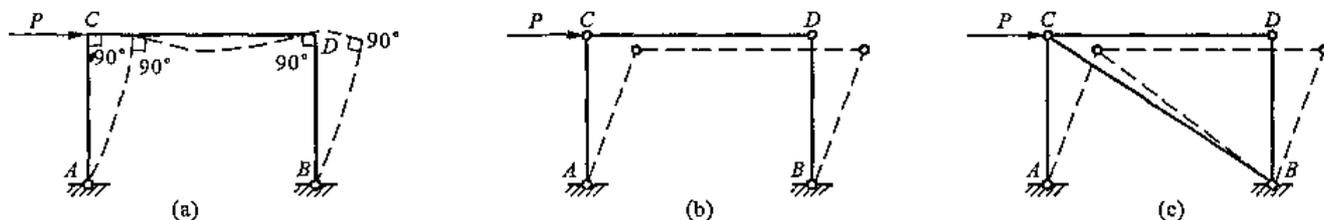


图 4.3 刚架和桁架

(a) 刚架；(b) 几何可变体系；(c) 桁架

在几何变形方面：在刚结点处所连接的各杆端的轴线不能发生相对转动，因而受力变形后，各杆杆端转了同一角度，即各杆之间的夹角保持不变，图 4.3(a) 刚架变形后图形为虚线所示，刚结点 C 和 D 连接的各杆杆端之间的夹角变形后仍为 90° 。铰结点所连接各杆可以发生相对转动，图 4.3(c) 中的虚线表示铰结体系变形后的图形，铰结点 C 和 D 连接各杆都产生了相对转动，变形后各杆之间的夹角不再保持原角度。

在受力分析方面：刚结点能传递力和力矩，而铰结点则只能传递力。